**BÀI TẬP HÌNH HỌC**

**Bài 1:**

Cho N điểm, hãy kiểm tra xem có bao nhiêu bộ 3 điểm thẳng hàng. ***Input***: Cho trong tệp văn bản DL.Inp

- Dòng thứ 1 ghi số N

- N dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi toạ độ của một điểm.

***Output***: Ghi vào tệp KQ.OuT chứa một số duy nhất là số bộ 3 điểm thẳng hàng.

*(Giới hạn: 1<=N<=2000, toạ độ các điểm có giá trị tuyệt đối không quá 10000)*

|  |  |
| --- | --- |
| DL.INP | KQ.OUT |
| 6  0 0  0 1  0 2  1 1  1 2  2 2 | 3 |

**Ý tưởng:**

Duyệt n điểm, với mỗi điểm i ta:

* Duyệt các điểm j <> i rồi tính vector ij lưu lại vào 1 mảng ss[]
* Sort lại mảng ss[]
* 3 điểm i,j,k thẳng hàng nếu vector ij = vector ik

**Bài 2: Đếm số điểm có toạ độ nguyên thuộc đa giác**

|  |  |
| --- | --- |
| DL.INP | KQ.OUT |
| 4  0 0  3 3  4 0  2 1 | 8 |

Cho đa giác gồm n đỉnh (x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn), biết (2<n<104), xi và yi(i=1,...,n) là các số nguyên trong đoạn [-106,106]. Các đỉnh được liệt kê theo thứ tự cùng chiều kim đồng hồ. Viết chương trình tìm số điểm có toạ độ nguyên nằm trong hay trên biên đa giác.

***Dữ liệu***: Cho trong tệp tin DL.INP.

- Dòng đầu chứa số nguyên duy nhất cho biết số đỉnh.

- Tiếp theo là các dòng, trên mỗi dòng có 2 số nguyên cách nhau một khoảng trắng lần lượt là hoành độ, tung độ các đỉnh đa giác.

***Kết quả***: Xuất ra màn hình số điểm có toạ độ nguyên nằm trong hay trên biên đa giác

* Ý tưởng:

- Tính a,b theo công thức:





- Xác định số điểm có toạ độ nguyên: Sđ=round(abs(a/2)+b/2+1)

**Bài 3a: Diện tích đa giác**

Cho N đa giác lồi A1A2A3...AN-1AN với các đỉnh Ai(xi,yi) có toạ độ nguyên. Hãy tính diện tích đa giác trên.

***Dữ liệu***: Cho trong file DL.INP gồm 2 dòng

- Dòng 1: Chứa số nguyên dương N

|  |  |
| --- | --- |
| DL.INP | KQ |
| 5  -8 -8 0 0 1 0 -2 4 -5 0 | 32.00 |

- Dòng 2: Chứa 2xN số nguyên dương x1 y1 x2 y2...xN yN là toạ độ các đỉnh của đa giác. Mỗi số ghi cách nhau một dấu cách.

***Kết quả:*** Xuất ra màn hình diện tích đa giác

**Bài 3b: Dãy hình chữ nhật**

|  |  |
| --- | --- |
| HCN.inp | HCN.out |
| 5  -3 -4 0 -2  -6 -4 0 0  -6 -2 -3 0  0 0 7 7  -6 0 0 7 | -3 -4 0 -2  -6 -2 -3 0  -6 -4 0 0  -6 0 0 7  0 0 7 7 |

Trong m?t ph?ng to? d? tr?c chu?n, cho N hình ch? nh?t có các c?nh song song v?i tr?c to? d?. M?i HCN du?c xác d?nh b?i to? d? d?nh du?i bên trái và d?nh trên bên ph?i c?a nó. Hãy đưa ra dãy các hình chữ nhật theo thứ tự tăng dần diện tích .

***D? li?u:*** Cho trong file HCN.inp g?m N+1 dòng.

- Dòng 1. Ch?a s? N

-Dòng i+1 (1⊇i⊇N): Ghi 4 s? nguyên x1,y1,x2,y2 l?n lu?t là to? d? d?nh du?i bên trái và d?nh trên bên ph?i của HCN i. (Các s? ghi trên m?t dòng cách nhau ít nh?t m?t d?u cách)

***K?t qu?***: Ghi vào tệp HCN.out dãy các hình chữ nhật sau khi sắp xếp.

* ý tưởng:

- Lưu toạ độ các đỉnh đa giác vào mảng *a*

- Tính diện tích hình chữ nhật theo công thức:



- Sắp xếp mảng a tăng dần theo diện tích

**Bài 3: Diện tích phủ bởi các hình chữ nhật**

Trong mặt phẳng toạ độ trực chuẩn, cho N hình chữ nhật có các cạnh song song với trục toạ độ. Mỗi HCN được xác định bởi toạ độ đỉnh dưới bên trái và đỉnh trên bên phải của nó. Hãy tính diện tích phần mặt phẳng bị phủ bởi các HCN trên.

|  |  |
| --- | --- |
| HCN.inp | Kết quả |
| 5  -3 -4 0 -2  -6 -4 0 0  -6 -2 -3 0  0 0 7 7  -6 0 0 7 | 115 |

***Dữ liệu:*** Cho trong file HCN.inp gồm N+1 dòng.

- Dòng 1: Chứa số N

-Dòng i+1 (1≤i≤N): Ghi 4 số nguyên x1,y1,x2,y2 lần lượt là toạ độ đỉnh dưới bên trái và đỉnh trên bên phải của HCN i.

Các số ghi trên một dòng cách nhau ít nhất một dấu cách.

***Kết quả***: Đưa ra màn hình diện tích phần mặt phẳng bị phủ bởi hình chữ nhật trên.

**Ý tưởng:**

- Lập mảng X[1..2n], Y[1..2n] lần lượt chứa hoành độ, tung độ các hình chữ nhật

- L­u to¹ ®é ban ®©u c¸c h×nh ch÷ nhËt vµo m¶ng a

- Sắp xếp mảng X,Y tăng dần

- Lần lượt kiểm tra các hình chữ nhật có toạ độ đỉnh trên bên phải (xi+1,yi+1) và toạ độ đỉnh dưới bên phải là (xi,yi) với 1≤i≤n-1. Nếu hình chữ nhật này thuộc một trong các hình chữ nhật ban đầu thì cộng thêm vào phần diện tích đang cần tìm diện tích của hình chữ nhật con này.

**Bài 4** **Phủ S**

Trên mặt phẳng tọa độ, một hình chữ nhật với các cạnh song song với các trục toạ độ được xác định bởi hai điểm đối tâm: đỉnh góc trên bên trái và đỉnh góc dưới bên phải. Cho N hình chữ nhật song song với các trục toạ độ. Phủ S của các hình chữ nhật có diện tích nhỏ nhất chứa N hình chữ nhật đã cho.

|  |  |
| --- | --- |
| PhuS.INP | PhuS.OUT |
| 2  1 4 3 1  2 3 4 2 | 1 4 4 1 |

***Dữ liệu vào***: Đọc từ tệp PHUS.INP có cấu trúc:

- Dòng đầu tiên chứa N (N ≤30);

- Trong N dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi 4 số là toạ độ của hai đỉnh đối tâm của một hình chữ nhật, các số này là các số nguyên có trị tuyệt đối không quá 100.

***Kết quả***: Ghi ra tệp văn bản PHUS.OUT

Một dòng duy nhất ghi toạ độ hai đỉnh đối tâm của phủ S các hình chữ nhật

Ý tưởng:

- Xác định hình chữ nhật H nhỏ nhất bao tất cả các hình chữ nhật ban đầu:

Gọi minx,maxx lần lượt là hoành độ nhỏ nhất và lớn nhất trong các hoành độ các đỉnh hình chữ nhật đã cho; miny, maxy lần lượt là tung độ nhỏ nhất và lớn nhất trong các tung độ các đỉnh hình chữ nhật đã cho. Khi đó hình H có toạ độ đỉnh dưới trái là (minx,miny) và đỉnh trên phải là (max,maxy). Đó là phủ S cần tìm.

**Bài 5: Diện tích phủ bởi các hình tròn**

Trên mặt phẳng cho N hình tròn. Tính diện tích phần mặt phẳng bị phủ bởi các hình tròn trên.

***Dữ liệu***: Cho trong file HINHTRON.INP dòng đầu là số lượng hình tròn, từ dòng thứ 2 trở đi mỗi dòng chứa 3 số nguyên dương là tọa độ x, y của tâm và bán kính của từng hình tròn (các số trên cùng một dòng ghi cách nhau ít nhất 1 dấu cách)

|  |  |
| --- | --- |
| HINHTRON.INP | KÕt qu¶: |
| 2  1 1 1  1 1 2 | Dien tich: 12.51 |

***Kết quả:*** Xuất ra màn hình

* ***Ý tưởng***:

- Tìm hình chữ nhật nhỏ nhất có các cạnh song song với các trục toạ độ và chứa toàn bộ N hình tròn

- Chia hình chữ nhật này thành lưới các ô vuông có cạnh 0.1 đơn vị, với mỗi ô thuộc hình chữ nhật kiểm tra xem ô này có thuộc vào hình tròn nào đó hay không, nếu có thì tăng diện tích cần tính lên 0.01 đơn vị.

**Bài 6: Bao lồi đa giác.**

|  |  |
| --- | --- |
| dagiac.inp | dagiac.out |
| 5  0 1  4 4  0 4  4 0  2 2 | 4 15.12 14.00  0 1  0 4  4 4  4 0 |

Cho N điểm A1, A2, ..., AN trên mặt phẳng. Các điểm đều có toạ độ nguyên và không có 3 điểm bất kỳ trong chúng thẳng hàng. Hãy viết chương trình thực hiện các công việc sau đây: Xác định một đa giác không tự cắt có đỉnh là một số điểm trong các điểm đã cho và chứa tất cả các điểm còn lại và có chu vi nhỏ nhất. Hãy tính diện tích đa giác này.

***Dữ liệu***: cho trong tệp dagiac.INP gồm n+1 dòng

+ Dòng 1: Chứa số N

+ Dòng i+1 (1≤ i ≤ N): Ghi 2 chữ số nguyên xi,y­i là toạ độ đỉnh Ai.

Các số trên cùng một dòng cách nhau một khoảng trắng.

***Kết quả***: Xuất ra tệp dagiac.Out

+ Dòng 1: Ghi 3 số K, V, S với K là số đỉnh đa giác tìm được, V là chu vi, S là diện tích của nó.

+ Dòng i+1(1≤ i ≤ K): Ghi toạ độ của đỉnh đa giác.

* ***Ý tưởng***:

- Tìm điểm có tung độ nhỏ nhất. Điểm đó sẽ là đỉnh đa giác

- Giả sử ta đã chọn được điểm PM. Tìm điểm Pi sao cho góc hợp bởi PMPi và trục hoành là nhỏ nhất và đồng thời góc này phải lớn hơn góc hợp bởi PMPM-1 và trục hoành. Điểm Pi sẽ là một đỉnh của đa giác hoặc dùng thuật toán graham tính bao lồi tính chu vi và diện tích của bao lồi đó.

**Bài 7: Đa giác bao nhau**

Cho N đa giác thoả mãn các tính chất

- Với 2 đa giác bất kỳ luôn có một đa giác mà mọi điểm của nó nằm trong đa giác kia.

- Các cạnh của chúng không có điểm chung.

|  |  |
| --- | --- |
| Dagiac.INP | Dagiac.OUT |
| 4  4 1 1 15 1 15 8 1 8  4 9 3 9 6 4 6 4 3  4 3 2 11 2 11 7 3 7  3 8 4 8 5 6 5 | 0  2  1  3 |

Bài toán đặt ra là: Với mỗi đa giác i, có bao nhiêu đa giác bao nó? (i nằm trong bao nhiêu đa giác)

***Dữ liệu vào***: Ghi trong tập tin văn bản Dagiac.Inp.

- Dòng đầu tiên ghi số tự nhiên N (3=N=10000).

- Trên N dòng tiếp theo: Dòng thứ i+1 ghi thông tin về đa giác có số hiệu thứ i. Bao gồm số đầu tiên Si là số đỉnh của đa giác (Si=3), Si cặp số nguyên tiếp theo lần lượt là hoành độ và tung độ các đỉnh của đa giác.

Các số trên cùng dòng cách nhau bởi ít nhất một khoảng trắng.

***Dữ liệu ra***: Ghi trong tập tin Dagiac.Out

- Gồm N dòng

- Dòng thứ i: Ghi số lượng đa giác bao đa giác i.

* ***Ý tưởng***:

- Sử dụng các mảng a,vt,kq (với a[i] lưu giá trị hoành độ nhỏ nhất của các đỉnh của đa giác thứ i, vt[i] chỉ đa giác thứ i, mảng kq lưu kết quả)

- Thực hiện sắp xếp các đa giác theo thứ tự tăng dần của giá trị hoành độ nhỏ nhất của các đỉnh của các đa giác.

- Do theo điều kiện bài toán là với 2 đa giác bất kỳ luôn có một đa giác mà mọi điểm của nó nằm trong đa giác kia nên KQ[vt[i]] =i-1.

**Bài 8: Hình chữ nhật bao nhau**

|  |  |
| --- | --- |
| HCN.INP | HCN.OUT |
| 6  1 5 2 2  2 4 3 3  1 5 5 2  4 3 8 1  5 6 8 4  6 6 8 5 | 2 |

Cho N hình chữ nhật trên mặt phẳng mà các cạnh song song với các trục toạ độ. Biết hình chữ nhật i bao hình chữ nhật j nếu cả 4 đỉnh của hình chữ nhật j đều nằm trong hình chữ nhật i hoặc nằm trên cạnh của hình chữ nhật i.

Một dãy các hình chữ nhật được gọi là hình chữ nhật bao nhau chiều dài k (k≥1) nếu dãy này gồm các hình chữ nhật H1, H2, ..., Hk sao cho hình chữ nhật i bao hình chữ nhật i+1 với i=1 ... (k-1). Hãy tìm số k lớn nhất nói trên.

***Dữ liệu vào***: Được cho trong tập tin HCN.INP

- Dòng thứ nhất ghi số N (1=N=1000).

- N dòng tiếp theo, dòng thứ i ghi 4 số nguyên x1, y1, x2, y2 (-10000< x1,y1,x2,y2<10000) lần lượt là hoành độ, tung độ các đỉnh trái trên, phải dưới của hình chữ nhật.

***Kết quả:*** Được ghi vào tệp văn bản HCN.OUT gồm một dòng chứa số nguyên duy nhất là số k tìm được hoặc số -1 nếu không tồn tại số k thoả điều kiện đề bài.

* ***Ý tưởng***:

- Tính diện tích các hình chữ nhật (HCN)

- Sắp xếp lại các HCN theo thứ tự không giảm của diện tích các HCN

- Lập hàm kiểm tra HCN i bao HCN j, thoả mãn điều kiện:

(x1[i]<=x1[j]) and (y1[i]>=y1[j]) and (x2[i]>=x2[j]) and (y2[i]<=y2[j])

- Xác định số lượng các HCN bao HCN i và lưu vào phần tử mảng kq[i] biết rằng: nếu <HCN i bao HCN j > thì kq[i]:=kq[j]+1.

**Bài 9: Khoảng cách xa nhất của đa giác**

Cho một đa giác lồi P có n đỉnh (n = 50000), với các đỉnh có toạ độ nguyên. hãy xác định khoảng cách giữa 2 điểm xa nhau nhất thuộc đa giác lồi P đã cho.

|  |  |
| --- | --- |
| Dacgiac.in | Dagiac.out |
| 3  0 0  1 0  0 1 | 1.4142 |

***Dữ liệu vào:*** Dữ liệu vào nhập từ file dagiac.in. Dòng đầu tiên ghi số n. N dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi 2 số x, y là toạ độ một đỉnh của đa giác (-10000 = x, y = 10000). Các đỉnh ghi theo chiều ngược của kim đồng hồ.

***Kết quả:*** Kết quả ghi ra các file dagiac.out gồm 1 số duy nhất là khoảng cách cần tìm. Kết quả chính xác đến 4 chữ số sau dấu phẩy (hoặc chấm).

* ý tưởng:

- Đường thẳng d được gọi là đường thẳng "đặc biệt" nếu d có điểm chung với đa giác P và toàn bộ P nằm về một phía của d

- Hai đỉnh u và v của đa giác P được gọi là một cặp "chân chống" nếu qua chúng có thể vẽ được 2 đường thẳng "đặc biệt" song song với nhau.

- Khoảng cách giữa 2 điểm xa nhau nhất thuộc đa giác lồi P là khoảng cách giữa 2 đường "đặc biệt" xa nhau nhất.

**Bài 10: Đoạn thẳng nhìn thấy**

Trên mặt phẳng toạ độ cho N đoạn thẳng (1=N=100).Toạ độ các điểm đầu, cuối của N đoạn thẳng này là các số nguyên không âm nhỏ hơn 20000. Đường thẳng đi qua mỗi đoạn thẳng này tạo với 2 trục toạ độ những tam giác vuông cân. Hai đoạn thẳng bất kì trong N đoạn thẳng này không có điểm chung.

Một đoạn thẳng được gọi là nhìn thấy được từ gốc toạ độ O(0,0), nếu tìm được 1 điểm X trên đoạn thẳng sao cho đoạn thẳng OX không có điểm chung với bất cứ đoạn thẳng nào trong các đoạn thẳng còn lại.

***Yêu cầu***: Đếm số đoạn thẳng nhìn thấy được từ gốc toạ độ.

***Dữ liệu vào*** từ file LINE.INP có:

|  |  |
| --- | --- |
| LINE.INP | LINE.OUT |
| 4  3 13 11 5  14 1 10 5  10 14 20 4  5 6 10 1 | 3 |

- Dòng đầu chứa số nguyên N (1=N=100) là số lượng đoạn thẳng

- Mỗi dòng trong số N dòng tiếp theo chứa 4 số X1, Y1, X2, Y2 cách nhau bởi 1 khoảng trắng. Cặp số đầu biểu diễn toạ độ điểm đầu, cặp số sau biểu diễn toạ độ điểm cuối của đoạn thẳng tương ứng.

***Kết quả*** ghi ra tệp LINE.OUT chứa một dòng là số lượng đoạn thẳng nhìn thấy được.

* ý tưởng:

- Sắp xếp các đoạn thẳng theo thứ tự tăng dần của khoảng cách từ O(0,0) đến các đường thẳng đó. Đồng thời đổi toạ độ điểm đầu và điểm cuối của mỗi đoạn sao cho hoành độ điểm đầu không lớn hơn hoành độ điểm cuối.

- Đoạn thẳng thứ nhất sau khi sắp xếp luôn thoả mãn điều kiện bài toán

- Xét đoạn thẳng thứ i:

+ Gọi Q1,Q2 lần lượt là toạ độ các điểm đầu mút có hoành độ nhỏ nhất và lớn nhất trong số các điểm đầu mút của (i-1) đoạn thẳng đã xét trước đó

+ Do đường thẳng đi qua mỗi đoạn thẳng tạo với 2 trục toạ độ những tam giác vuông cân và 2 đoạn thẳng bất kì không có điểm chung nên nếu tia OQ1 hoặc tia OQ2 cắt đoạn thẳng thứ i thì đoạn thẳng thứ i được xem là thoả mãn điều kiện bài toán.

**BÀI TẬP LÀM THÊM**

1. **Tìm phần chưa bị phủ bởi tập hình chữ nhật cho trước:**

Trên mặt phẳng tọa độ, một hình chữ nhật với các cạnh song song với các trục tọa độ được xác định bởi hai đỉnh đối tâm. Cho N hình chữ nhật có các cạnh song song với các trục tọa độ. Dữ liệu vào từ file văn bản HCN.INP: dòng thứ nhất là số nguyên dương N (N<=30). Trong N dòng tiếp theo mỗi dòng ghi 4 số là tọa độ của hai đỉnh đối tâm của một hình chữ nhật. Các số là số nguyên không quá 100. Hãy xác định hình chữ nhật S nhỏ nhất chứa tất cả hình chữ nhật đã cho và tính diện tích của phần hình S không nằm trong hình chữ nhật nào trong N hình đã cho (ghi file kết quả).

Ý tưởng: Hình s có tọa độ đối tâm trái trên (min\_X,maxy), phải dưới (max\_x, min\_y). Trong hình chữ nhật S, kéo dài các cạnh hình chữ nhật. Khi đó hình S xuất hiện các ô (có dạng hình chữ nhật): hoặc ô này thuộc một hình chữ nhật nào đó trong các hcn đã cho hoặc ô này không thuộc bất kỳ hình chữ nhật đã cho nào. Tính các ô không thuộc hình chữ nhật đã cho nào chính là diện tích phần hình S không nằm trong số N hình trên.

1. **Dãy bảng quảng cáo:**

Có N bảng quảng cáo, mỗi bảng có dạng hình chữ nhật. Bảng thứ i xác định bởi tọa độ trên trái (Xi,Yi) và tọa độ dưới phải (Ui,Vi). Các tọa độ nguyên không âm, không vượt quá 32767. Các bảng quảng cáo được hiển thị trên một bảng thông tin điện tử lần lượt từ 1 🡪 N theo các chế độ cửa sổ đè lên nhau, bảng 1 nằm dưới, bảng N nằm trên cùng. Để điều khiển bảng quảng cáo người ta dùng lệnh:

T i: đưa bảng i lên đầu.

B i: đưa bảng i về cuối.

U i j: đưa bảng i lên trước bảng i+j, nếu i+j>N thì phép này tương đương T i.

D i j: đưa bảng i xuống sau bảng i-j, nếu i-j<1 thì phép này tương đương B i.

R i: xoay bảng i góc 900, tâm quay là góc trên phải.

C i: tính diện tích phần nhìn thấy được của bảng i.

Sau mỗi câu lệnh ( trừ câu lênh C ) dãy các bảng được đánh số lại theo chiều từ dưới lên trên là 1 đến N. Hãy lập trình nhập N, tọa độ các bảng, các lệnh điều khiển, đưa ra kết quả thực hiện các lệnh C, với mỗi lệnh C cần đưa ra diện tích phần nhìn thấy được và tỉ lệ phần trăm nhìn thấy so với toàn bảng.

Dữ liệu vào file RECLAM.INP:

* Dòng đầu ghi số nguyên N.
* N dòng tiếp theo mỗi dòng ghi số nguyên X,Y,U,V
* Các dòng tiếp theo mỗi dòng một lệnh điều khiển.

Kết quả ghi ra file RECLAM.OUT, mỗi dòng ứng với 1 lệnh C của file dữ liệu vào, gồm 1 số nguyên và một số thực với 2 chữ số phần thập phân ( diện tích và tỉ lệ phần trăm). (N<=100).

VD:

|  |  |
| --- | --- |
| RECLAM.INP | RECLAM.OUT |
| 3  10 30 40 10  20 20 60 0  0 40 30 0  U 1 20  C 2 | 800 66.67 |

Phần màu đen là phần hình chữ nhật cần tính.